

应用质心定理分析单级延伸锥的展开规律

陕西动力机械研究所 马国宝

摘 要

本文对单级刚性作动筒套筒式延伸锥,应用质心运动定理建立平衡关系,得到一个二阶常微分方程,然后应用四阶龙格-库塔方法得到相应时间作动筒外筒相对内筒的位置、速度和加速度,相应时间延伸锥的位置、速度和加速度,及延伸锥完全展开所需时间的数值解。

一 前 言

单级套筒式延伸喷管的延伸锥是一个轴对称体,沿锥面的子午线方向均匀配置着四个作动筒(参看图1)。由于同步装置的作用,当作动筒内充入高压气体后,延伸锥沿固定喷管轴线方向展开。延伸锥展开时除受作动力以外,在不同位置上不同程度受到重力作用。本文仅对喷管水平位置来探讨问题,其它情况基本类同。为了便于分析问题,把延伸锥沿子午线方向均匀分隔成四块,使作动筒恰巧在锥块的中间,并假想锥块的重量集中到一个小长方块的物体上,这样就可以用图2所示的运动机构来探讨问题。图中的固定壁相当于固定喷管,支座相当于固定喷管上的支耳,滑块相当于延伸锥的一部分,其重量就等于延伸锥重量的四分之一,内作动杆相当于作动筒内筒,外作动杆相当于作动筒外筒,滑道限制滑块只能沿水平方向运动,其作用相当于同步装置。并假设支座与内作动杆转轴之间为绝对光滑没有摩擦力,内作动杆可绕支座任意转动,外作动杆的转轴与滑块之间也是绝对光滑,没有摩擦力,外作动杆的转轴可在滑块的圆孔中任意转动。

解题过程是这样的,把作动杆的轴线看作 n 轴,而把通过支座中心与作动杆轴线垂直的垂线看作 τ 轴。首先对内作动杆应用质心运动定理,然后对外作动杆与滑块的组合件应用质心定理,把得到的运动微分方程联立起来,消除一个公共项后,就得到一个二阶常微分方程。利用四阶龙格——库塔方法就可得到作动筒外筒的相对位置、速度和加速度,延伸锥位置、速度和加速度,以及延伸锥完全展开所需时间的数值解。

二 机构各部件的质心运动

以支座中心作一直角坐标系(图3) x 轴与滑道平行, y 轴与滑道垂直。设外作动杆相对

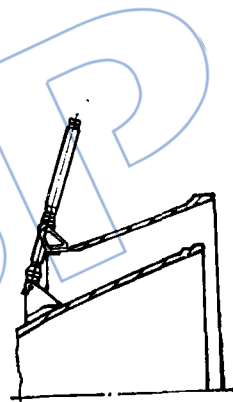


图1 套筒式延伸锥示意图

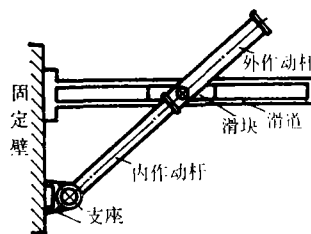


图2 运动机构模型

内作动杆的位移为 $f(t)$,内作动杆质心离转轴中心的距离为 m_1 ,外作动杆转轴中心到它质心的距离为 m_2 。起始位置时,坐标中心到外作动杆转轴中心的距离为 m ,内作动杆质心的运动方程为

$$\begin{cases} x_1(t) = m_1 \{ (m + f(t))^2 - b^2 \}^{1/2} [m + f(t)]^{-1} \\ y_1(t) = m_1 b [m + f(t)]^{-1} \end{cases} \quad (1)$$

消去 $f(t)$ 得到运动轨迹方程(参看图3)。

$$x_1(t) = \{ m^2 - [y_1(t)]^2 \}^{1/2} \quad (2)$$

同样外作动杆质心运动方程和运动轨迹方程分别为

$$\begin{cases} x_2(t) = m_2 \{ (m + f(t))^2 - b^2 \}^{1/2} [m + f(t)]^{-1} + \{ (m + f(t))^2 - b^2 \}^{1/2} \\ y_2(t) = m_2 b [m + f(t)]^{-1} + b \end{cases} \quad (3)$$

$$x_2(t) = \{ m_2^2 - [y_2(t) - b]^2 \}^{1/2} + \{ m_2^2 b^2 [y_2(t) - b]^{-2} - b^2 \}^{1/2} \quad (4)$$

滑块的运动方程、速度方程和加速度方程分别为

$$\begin{cases} x(t) = \{ (m + f(t))^2 - b^2 \}^{1/2} \\ y(t) = b \end{cases} \quad (5)$$

$$v = [m + f(t)] \{ (m + f(t))^2 - b^2 \}^{-1/2} [df(t)/dt] \quad (6)$$

$$\begin{aligned} a = [m + f(t)] \{ (m + f(t))^2 - b^2 \}^{-1/2} [d^2f(t)/dt^2] + \{ (m + f(t))^2 - b^2 \}^{-1/2} [df(t)/dt]^2 \\ - [m + f(t)]^2 \{ (m + f(t))^2 - b^2 \}^{-3/2} [df(t)/dt]^2 \end{aligned} \quad (7)$$

滑块在运动过程中,内作动杆以支座中心作圆周运动。外作还沿着内作动杆滑动。(参看图4)。

$$\varphi = \arcsin \{ b [m + f(t)]^{-1} \} \quad (8)$$

$$\phi = \pi/4 - \arcsin \{ b [m + f(t)]^{-1} \} \quad (9)$$

作动杆转动的角速度和角加速度分别为

$$\begin{aligned} \omega = b [m + f(t)]^{-2} \{ 1 - b^2 [m + f(t)]^{-2} \}^{-1/2} [df(t)/dt] \\ \varepsilon = -2b [m + f(t)]^{-3} \{ 1 - b^2 [m + f(t)]^{-2} \}^{-1/2} [df(t)/dt]^2 \\ - b^3 [m + f(t)]^{-5} \{ 1 - b^2 [m + f(t)]^{-2} \}^{-3/2} [df(t)/dt]^2 + b [m + f(t)]^{-2} \{ 1 - b^2 [m + f(t)]^{-2} \}^{-1/2} [df^2(t)/dt^2] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon = -2b [m + f(t)]^{-3} \{ 1 - b^2 [m + f(t)]^{-2} \}^{-1/2} [df(t)/dt]^2 \\ - b^3 [m + f(t)]^{-5} \{ 1 - b^2 [m + f(t)]^{-2} \}^{-3/2} [df(t)/dt]^2 + b [m + f(t)]^{-2} \{ 1 - b^2 [m + f(t)]^{-2} \}^{-1/2} [df^2(t)/dt^2] \end{aligned} \quad (11)$$

三 对运动机构应用质心运动定理

首先研究内作动杆,其受力状态和质心加速度状况如图5所示,它以支座中心作定轴转动,内作动杆转轴与支座间假设为光滑滚动,摩擦力为零,支座沿轴线方向给内作动杆一个径向反力,内作动杆还受到外作动杆的摩擦力 F_E 和垂直方向作用力 F_D 。

内作动杆质心 τ 向加速度和受力以及 n 向加速度和受力分别为:

$$W_{\tau 1} = m_1 \varepsilon, \quad F_{\tau 1} = M_1 m_1 \varepsilon,$$

$$W_{n1} = m_1 \omega^2, \quad F_{n1} = M_1 m_1 \omega^2,$$

根据质心运动定理内作动杆质量中心运动微分方程式为

$$M_1 m_1 \omega^2 = F_C - F_E, \quad M_1 m_1 \varepsilon = F_D$$

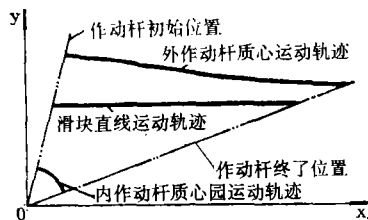


图3 质心运动轨迹示意图

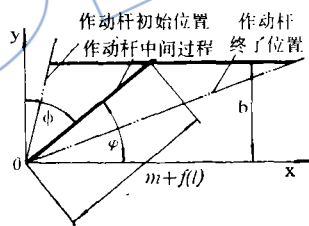


图4 角度变化示意图

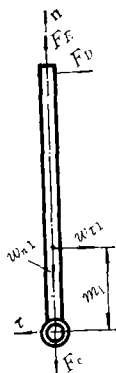


图5 内作动杆受力图

外作动杆受力状态由图 6 所示, 它的运动是定轴转动条件下的牵连运动, 外作动杆转轴与滑块圆孔之间假设为光滑转动, 摩擦力为零。滑块轴孔对外作动杆没有切向力只有径向力。外作动杆还受到内作动杆摩擦力 F_E 和垂直方向作用力 F_D' 。可以把外作动杆与滑块作为一个整体考虑。滑块圆孔与外作动杆转轴之间的相互作用就成为一对大小相等, 方向相反的内力, 可以不加考虑。为此要算出组合体质心, 假设滑块圆孔的中心就是滑块的质心。

令 M_2 是外作动杆的质量, M_3 是滑块的质量, 组合体质心离外作动杆转轴中心的距离为 $m_3 = M_2 m_2 / (M_2 + M_3)$ (13)

组合体的质心加速度包括牵连加速度、相对加速度和科氏加速度三部分。

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_e + \mathbf{W}_v + \mathbf{W}_k \quad (14)$$

$$\mathbf{W}_e = \mathbf{W}_{r(e)} + \mathbf{W}_{n(e)} \quad (15)$$

组合体质心 τ 向加速度 $\mathbf{W}_{r(e)} = [m + m_3 + f(t)]\varepsilon$, n 向加速度 $\mathbf{W}_{n(e)} = [m + m_3 + f(t)]\omega^2$ 。相对内作动杆加速度 $\mathbf{W}_r = f''(t)$, 科氏加速度 $\mathbf{W}_k = 2\omega \times f'(t)$ 。

滑道对滑块 n 方向上及 τ 方向上的分力分别为

$$F_{An} = F_A b [m + f(t)]^{-1} \quad (16)$$

$$F_{A\tau} = F_A \{ [m + f(t)]^2 - b^2 \}^{1/2} [m + f(t)]^{-1} \quad (17)$$

组合体质心的运动微分方程在 n 方向和 τ 方向分别为

$$F_B - F_E - F_A b [m + f(t)]^{-1} = f''(t) (M_2 + M_3) - [m + m_3 + f(t)] \omega^2 (M_2 + M_3) \quad (18)$$

$$F_D - F_A \{ [m + f(t)]^2 - b^2 \}^{1/2} [m + f(t)]^{-1} = -[m + m_3 + f(t)] \varepsilon (M_2 + M_3) - 2\omega f'(t) (M_2 + M_3) \quad (19)$$

内、外作动杆和滑块是机构的运动部件, 可以看成是一个刚体系统。根据质心运动定理每个刚体的质量与其质心加速度的乘积之和等于外力的主向量。

$$\sum M_i \ddot{\xi} = R_n, \quad \sum M_i \ddot{\eta} = R_\tau \quad (20)$$

考虑 F_E 与 F_E 是一对内摩擦力相互抵消, 对于整个系统 n 向就有

$$F_B - F_C - F_A b [m + f(t)]^{-1} = (M_2 + M_3) f''(t) - (M_2 + M_3) [m + m_3 + f(t)] \omega^2 - M_1 m_1 \omega^2 \quad (21)$$

考虑 F_D 与 F_D 是内力相互抵消, 对于整个系统 τ 向就有

$$-F_A \{ [m + f(t)]^2 - b^2 \}^{1/2} [m + f(t)]^{-1} = -(M_2 + M_3) [m + m_3 + f(t)] \varepsilon - 2(M + M_3) \omega f'(t) - M_1 m_1 \varepsilon \quad (22)$$

合并(21)、(22)式, 令 $m + f(t) = F(t)$, $f'(t) = F'(t)$, $f''(t) = F''(t)$, $M_2 + M_3 = M_h$, 并考虑(10)、(11)和(12)式, 整理得

$$\begin{aligned} F''(t) = & \{ -b^2 M_1 m_1 [F(t)]^{-2} \{ [F(t)]^2 - b^2 \}^{-1/2} \{ 1 - b^2 [F(t)]^{-2} \}^{-1/2} - b^2 M_h [m_3 + F(t)] \\ & [F(t)]^{-2} \{ [F(t)]^2 - b^2 \}^{-1/2} \{ 1 - b^2 [F(t)]^{-2} \}^{-1/2} - M_h \}^{-1} \{ -2b^2 M_1 m_1 [F(t)]^{-3} \\ & \{ [F(t)]^2 - b^2 \}^{-1/2} \{ 1 - b^2 [F(t)]^{-2} \}^{-1/2} - b^4 M_1 m_1 [F(t)]^{-5} \{ [F(t)]^2 - b^2 \}^{-1/2} \\ & \{ 1 - b^2 [F(t)]^{-2} \}^{-3/2} - 2b^2 M_h [m_3 + F(t)] [F(t)]^{-3} \{ [F(t)]^2 - b^2 \}^{-1/2} \{ 1 - b^2 [F(t)]^{-2} \}^{-1/2} \\ & - b^4 M_h [m_3 + F(t)] [F(t)]^{-5} \{ [F(t)]^2 - b^2 \}^{-1/2} \{ 1 - b^2 [F(t)]^{-2} \}^{-3/2} + 2b^2 M_h [F(t)]^{-2} \\ & \{ [F(t)]^2 - b^2 \}^{-1/2} \{ 1 - b^2 [F(t)]^{-2} \}^{-1/2} - b^2 M_h [m_3 + F(t)] [F(t)]^{-4} \{ 1 - b^2 [F(t)]^{-2} \}^{-1} \} \\ & [F'(t)]^2 - F_B + F_E \} \end{aligned} \quad (23)$$

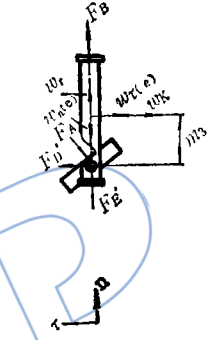


图 6 外作动杆与滑块受力图

若 F_B 和 F_E 可求得, (23)式就是一个二阶常微分方程。

四 用龙格——库塔方法解微分方程

二阶常微分方程(23)中的 m_1 和 m_2 的数值可以根据图7、图8所示的作动筒几何形状来确定。

$$m_1 = \{ H_4 (R_6^2 - R_5^2) (H_4/2 + R_3) - R_1^2 H_1 (H_2 - R_3 - H_1/2) - H_2 (R_1^2 - R_2^2) (H_2/2 - R_3) \} \\ \div (R_1^2 H_1 + R_1^2 H_2 - R_2^2 H_2 + 2R_3^2 H_3 - 2R_4^2 H_3 - 2R_4^2 R_1 + 2R_4^2 R_2 + R_6^2 H_4 - R_5^2 H_4) \quad (24)$$

$$m_2 \{ H_5 (R_7^2 - R_6^2) (H_5/2 - H_9) + H_7 R_7^2 (H_5 - H_9 + H_7/2) \} \div \{ H_5 (R_7^2 - R_6^2) + (2H_6 R_6^2 - 2H_8 R_9^2) + H_7 R_7^2 \} \quad (25)$$

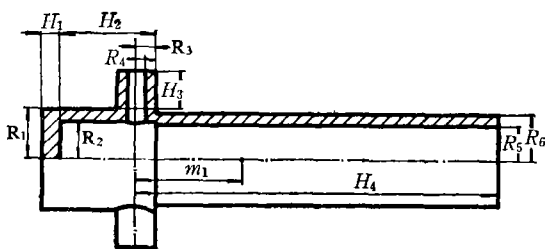


图7 作动筒内筒的简单几何形状

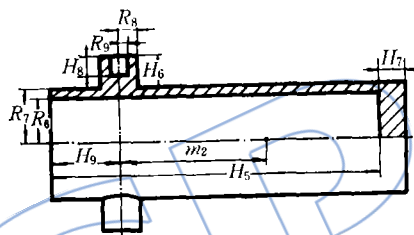


图8 作动筒外筒的简单几何形状

方程(23)中的 F_B 根据作动筒内压力基本不变的假设可以求得, 式中 F_E 是作动筒内密封圈引起的摩擦力, 可根据参考文献(1)提供方法得到。

令 $z_1(t) = F(t)$ 、 $z_2(t) = F'(t)$, 根据初始条件 $z_1(0) = m$ 、 $z_2(0) = 0$, 方程(23)可表示成如下形式:

$$Z_1'(t) = Z_2(t), \quad Z_2'(t) = g(Z_1(t), Z_2(t)); \quad Z_1(0) = m, \quad Z_2(0) = 0 \quad (26)$$

其中: $g(Z_1(t), Z_2(t)) = \{ -b^2 M_1 m_1 [Z_1(t)]^{-2} \{ [Z_1(t)]^2 - b^2 \}^{-1/2} \{ 1 - b^2 [Z_1(t)]^{-2} \}^{-1/2} - b^2 M_h [m_3 + Z_1(t)] [Z_1(t)]^{-2} \{ [Z_1(t)]^2 - b^2 \}^{-1/2} \{ 1 - b^2 [Z_1(t)]^{-2} \}^{-1/2} - M_h \}^{-1} \{ \{ -2b^2 M_1 m_1 [Z_1(t)]^{-3} \{ [Z_1(t)]^2 - b^2 \}^{-1/2} \{ 1 - b^2 [Z_1(t)]^{-2} \}^{-1/2} - b^4 M_1 m_1 [Z_1(t)]^{-5} \{ [Z_1(t)]^2 - b^2 \}^{-1/2} \{ 1 - b^2 [Z_1(t)]^{-2} \}^{-3/2} - 2b^2 M_h [m_3 + Z_1(t)] [Z_1(t)]^{-3} \{ [Z_1(t)]^2 - b^2 \}^{-1/2} \{ 1 - b^2 [Z_1(t)]^{-2} \}^{-1/2} - b^4 M_h [m_3 + Z_1(t)] [Z_1(t)]^{-5} \{ [Z_1(t)]^2 - b^2 \}^{-1/2} \{ 1 - b^2 [Z_1(t)]^{-2} \}^{-3/2} + 2b^2 M_h [Z_1(t)]^{-2} \{ [Z_1(t)]^2 - b^2 \}^{-1/2} \{ 1 - b^2 [Z_1(t)]^{-2} \}^{-1/2} - b^2 M_h [m_3 + Z_1(t)] [Z_1(t)]^{-4} \{ 1 - b^2 [Z_1(t)]^{-2} \}^{-1} \} [Z_2(t)]^2 - F_B + F_E \}$

通过以上步骤二阶常微分方程(23)已转变成为一个一阶常微分方程组的初值问题。可用四阶龙格——库塔方法解之。

通过四阶龙格——库塔方法的求解, 得出 $Z_1(t)$ (即作动筒外筒相对内筒的位置 $F(t)$)对应各个时刻的数值解, 也得出了 $Z_2(t)$ (即作动筒外筒相对内筒的速度 $F'(t)$)对应各个时刻的数值解, 把得到的结果代入有关方程, 就能得到外筒相对加速度, 延伸锥的位置、速度和加速度, 对应时刻作动筒与轴线夹角、角速度和角加速度, 以及固定段支耳和延伸锥支耳上受到的力。

五 实 例

设有一个单级延伸喷管, 延伸前作动筒的有效长度 $m = 160.87\text{mm}$, 作动筒从初始位置到延伸终了位置伸长 337.893mm , 延伸锥支耳中心到固定段支耳中心相对喷管中线的高度差 $b = m \times \cos 16^\circ = 153.88\text{mm}$, 延伸锥质量为 32kg , 算得作动筒内筒质心离转轴中心的距离为 20mm , 分隔后的延伸锥和作动筒外筒组合体的质心离外筒转轴中心的距离为 90mm , 内、外筒之间的摩擦力为 196N , 对于不同作动力和不同内外筒重量组成30种状态进行了计算, 得到了延伸锥完全展开所需要的时间 t (如表1)和其中内筒重 3.5kg , 外筒重 3kg 的三种状态延伸锥位置、速度和加速度曲线(图9~11)。

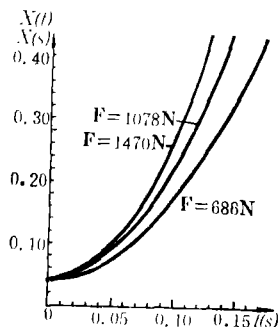


图9 延伸锥位置对应时间的变化曲线

表1 延伸锥完全展开所需要的时间 $t(\text{s})$ (F 为有效作动力, M 为作动筒质量)

$t(\text{s}) \backslash F(\text{N})$							
		490	686	882	1078	1274	1470
$M(\text{kg})$	内						
	外						
1.5	1	0.163	0.146	0.134	0.124	0.117	0.111
2.5	2	0.168	0.151	0.139	0.129	0.122	0.116
3.5	3	0.174	0.156	0.144	0.134	0.126	0.120
4.5	4	0.178	0.161	0.148	0.138	0.130	0.124
5.5	5	0.182	0.165	0.152	0.142	0.134	0.128

从计算结果和图形可以看到延伸锥的加速度变化是复杂的, 不是单一受作动力变化的影响, 还受到作动筒旋转运动的影响。从曲线图形还可以看到, 0.05 秒后作动力为 686N

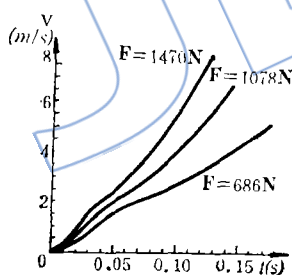


图10 延伸锥速度对应时间的变化曲线

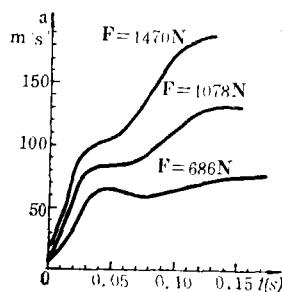


图11 延伸锥加速度对应时间的变化曲线

时加速度化范围小, 而 1078N 时变化范围较大, 而 1470N 时变化范围就更大。延伸锥具有过高的加速度或者加速度变化范围过大, 是不希望的。因此, 通过此种方法可以选取较为满意的作动力。

参 考 文 献

- [1] 李培滋、王占林主编, “飞机液压传动与伺服控制” (上册), 国防工业出版社, 1979。

(责任编辑 王慧玉)

sented to estimate the compressor efficiency. The end wall boundary layer thicknesses are calculated and the blockage in meridional plane is obtained for two axial compressors and an inlet guide vane. The efficiency of a compressor is also estimated. The analysis indicates that reasonable results can be obtained by the use of this method.

SECONDARY FLOW LOSSES IN PLANE TURBINE CASCADES AND ITS MATHEMATICAL PREDICTION MODEL

Li Caixiu and Ni Zhong

(Shanghai power Equipment Research Institute)

Abstract

The phenomenon and cause of the secondary flow in plane turbine cascades are discussed and a mathematical prediction model of losses is presented. It is stressed that the secondary flow in turbine cascades is a dynamic but not a kinematic effect and thus should be studied from the viewpoint of dynamics. Based on the results of plane cascade tests, a model that predicts the secondary flow loss distribution is suggested. The effect of inlet boundary layer has been considered in the model. Precision obtained from the proposed model conforms more satisfactorily with experimental results than those given in previous literatures.

A STUDY ON DEPLOYMENT RULE OF SINGLE EXTENDIBLE EXIT CONE BY MASSCENTER MOVEMENT THEOREM

Ma Guobao

(Shanxi Power machinery Institute)

Abstract

The deployment rule of the single extendible exit cone is investigated in this paper. The cone is divided into four pieces in the direction of meridian. As a result, the actuators are just located in the middle of each piece. Each piece of the cone can thus be simplified into a moving mechanism. Based on the force balance between the mechanisms, a second order ordinary differential equation is derived by applying the mass center movement theorem. The numerical solution of the equation can be obtained by means of the fourth order Runge-Kutte method. The time-dependent parameters, such as position, velocity and acceleration of the external sleeve of the actuator relative to the internal tube, and the time needed for fully deploying the cone can then be obtained by using other related equations.